物理学基礎論Bレポート03

河村聡人 (Akito D. Kawamura)

平成25年10月28日

1 数学演習

以下の体積積分 $\int_V F dV$ を求めよ。ただし $< x, y, z >$ は直交座標系を、$< r, \theta, \phi >$ は球座標系を意図するものとする。

1. $F = z$、原点を中心とする半径2の球について
2. $F = r^2$、原点を中心とする一辺の長さ2の立方体について
3. $F = r/(2 - r^2)^{3/2}$、原点を中心とする半径1の球について
4. $F = z$、$< x, y, z >=< 1, 1, 1 >$ を中心とする半径2の球について

2 クーロンの法則とガウスの法則

電荷 Q をもつふたつの点電荷が z 軸上に $\pm d$ の位置に存在している。この時、

1. 任意の地点における電場をクーロンの法則を用いて求めよ。
2. 1. の答えを、原点を中心とする半径 $R > d$ の球の閉曲面について積分し、

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\hat{\mathbf{S}} = \frac{2Q}{\varepsilon_0}$$

となる事を示せ。

3. 2. より

$$\begin{aligned} \oint_S \mathbf{E} \cdot d\hat{\mathbf{S}} &= 4\pi R^2 E = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \\ E &= \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \end{aligned}$$

に一見思えるが、これは1. の答えとは異る。それは何故か考察せよ。

3 電場から電荷

原点を中心とする半径 a の球の表面における電場 E を測ったところ、

$$\mathbf{E} = E_0 \sin\theta \cos^2\phi \, \hat{\mathbf{r}}$$

であった。球の内部の電荷の総量を求めよ。

4　二層構造

正の電荷密度 ρ_A を持つ半径 α の球 A を負の電荷密度 $-\rho_B$ を持つ厚さ β の層 B で覆う。外部での電場がゼロである時、β の値を α、ρ_A、ρ_B を用いて記述せよ。

5　柴田先生からの数学問題

n 次元球の体積を求めよ。