CANS2D モデルパッケージ md_jetprop

ジェット伝播

2006. 1. 9.

1　はじめに

このモデルパッケージは、2 次元平面内（軸対称 rz 面内）でのジェット伝播を解くためのものである。基本的には、Norman et al. (1982) の計算に倣っている。

2　仮定と基礎方程式

流体は非粘性・圧縮性流体とする。計算領域は 2 次元円柱座標（rz 平面）で $\partial/\partial\phi = 0$、$V_\phi = 0$ と仮定する。解くのは、 密度 ρ、圧力 p、速度 V_r、V_z についての 2 次元 Euler 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho V_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z) = -\frac{1}{r}(\rho V_r) \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_r) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\rho V_r^2 + p\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_r V_z\right) = -\frac{1}{r}(\rho V_r^2) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_z) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\rho V_r V_z\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z^2 + p\right) = -\frac{1}{r}\left(\rho V_r V_z\right) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho V^2\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_r\right) \\ + \quad & \frac{\partial}{\partial z}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_z\right) = -\frac{1}{r}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_r\right) \end{aligned} \tag{4}$$

である。ここで、$V^2 = V_r^2 + V_z^2$、γ は比熱比。なお計算コード上では r は x 座標で、z は z 座標で表現されている。

3　無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ R_0、 C_{S0}、R_0/C_{S0}。ここで、R_0 は、（境界から注入される）ジェットの半径、C_{S0} は初期一様状態の音速。密度は初期一様状態の値 ρ_0 で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
r, z	R_0
V_r, V_z	$C_{\rm S0}$
t	$R_0/C_{\rm S0}$
ρ	ρ_0
p	$\rho_0 C_{\rm S0}^2$

表 1: 変数と規格化単位。ρ_0、$C_{\rm S0}$ は初期一様状態の値。

4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < r < R_{\rm bnd}$、$0 < z < Z_{\rm bnd}$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$\rho = 1$$

$$p = (1/\gamma)$$

$$V_r = V_z = 0$$

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
境界の位置 r 方向 $R_{\rm bnd}$	7.5	—	`model`
境界の位置 z 方向 $Z_{\rm bnd}$	30	—	`model`
比熱比 γ	5/3	`gm`	`model`
注入ジェットの密度 ρ_j	0.1	`ro1`	`bnd`
注入ジェットの圧力 p_j	$1/\gamma$	`pr1`	`bnd`
注入ジェットの速度 V_z V_{zj}	19	`vz1`	`bnd`
注入ジェットの速度 V_r V_{rj}	0	`vx1`	`bnd`

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、以下の通り。サブルーチン `bnd` で設定。$z = 0$ で、 注入ジェットの箇所（後述）以外は対称境界条件。すなわち V_z は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_r は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$z = Z_{\rm bnd}$ で、自由境界条件。すなわち、すべての物理量の z 方向微分がゼロ。$r = 0$ で、 対称境界条件。すなわち V_r は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_z は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$r = R_{\rm bnd}$ で、自由境界条件。すなわち、すべての物理量の r 方向微分がゼロ。

ジェットは境界から注入される。$r < 1$、$z = 0$ の範囲で、毎ステップ次の値に固定する。サブルーチン `bnd` で設定。各値は表 2 を参照。

$$\rho = \rho_j$$

$$p = p_j$$

$$V_r = V_{rj}$$

$$V_z = V_{zj}$$

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 r 方向	103	`ix`	`main`
グリッド数 z 方向	102	`jx`	`main`
マージン	4	`margin`	`main`
終了時刻	6	`tend`	`main`
出力時間間隔	1	`dtout`	`main`
CFL 数	0.4	`safety`	`main`
進行時刻下限値	10^{-10}	`dtmin`	`main`

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの Δt の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。

5 参考文献

Norman, M. L., Smarr, L., Winkler, K.-H. A., Smith, M. D., 1982, A & Ap, **113**, 285-302.