

熱不安定

ver. 0

1 はじめに

このモデルパッケージは熱不安定問題をシミュレーションするためのものである。ガスの冷却率は、密度及び温度の関数で、一般に高密度のガスほど早く冷える。そこで、密度の空間分布に擾乱（ゆらぎ）があると、場所によって冷え方が異なり、温度差が拡大していくことになる（熱不安定と呼ばれる）。本コードでは、原点付近に置いた点源が熱不安定によって冷えていくようすを追跡する。

2 仮定と基礎方程式

仮定は以下のとおり。(1) 1次元の冷却方程式を解く。(2) 流路は断面積一様。

計算領域は $x \in [0, L]$ で、 $x = 0$ に初期擾乱をおく。基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma - 1} \right) = H - R \quad (1)$$

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (2)$$

ここで、 γ は比熱比でパラメータ。 H は静的加熱率、 R は放射冷却率。静的加熱率・放射冷却率は第3節参照。このパッケージでは、簡単のため、 ρ の初期値は空間一様とする。擾乱を加えた後、圧力が変動してガスが移動し、密度が時間変化することが考えられるが、簡単のため、ここでは密度変化は解かない。

3 放射冷却項・静的加熱項

エネルギー方程式の、放射冷却項 R と静的加熱項 H について記述する。光学的に薄い放射による冷却率は、一般に密度の自乗に比例する。そこで冷却項は密度・温度の関数として次のように表される。

$$R = \rho^2 \cdot \Lambda(T) \quad (3)$$

密度が高くなって、光学的に厚くなると、冷却が効きにくくなる効果を入れるため、次のように近似する。

$$R = \rho^2 \cdot \Lambda_\rho(\rho) \cdot \Lambda(T) \quad (4)$$

ここで、光学的に厚くなったときの効果は

$$\Lambda_\rho(\rho) = (\rho_{\text{cl}}/\rho) \tanh(\rho/\rho_{\text{cl}}) \quad (5)$$

という形で取り入れた。この関数は、 $\rho/\rho_{\text{cl}} \ll 1$ のとき $\Lambda_\rho \approx 1$ で、 $\rho/\rho_{\text{cl}} \gg 1$ のとき $\Lambda_\rho \approx \rho_{\text{cl}}/\rho$ となる。いま $\rho_{\text{cl}} = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ と仮定している。

一方、冷却関数 $\Lambda(T)$ は温度の複雑な関数であるが、ここでは、次のような代数関数で近似する。

$$\Lambda(T) \approx \Lambda_0 \cdot 10^{\Theta(T)} \quad (6)$$

$$\theta \equiv \log_{10}(T/T_{\text{cl}}) \quad (7)$$

$$\Theta(\theta) = 0.4\theta - 3 + 3 \times \frac{2}{\exp[1.5(\theta + 0.08)] + \exp[-2(\theta + 0.08)]} \quad (8)$$

第 1 項はおもに熱制動放射の効果、第 3 項は紫外線から X 線域での輝線放射の効果である。この関数は $\theta = 0$ つまり $T = T_{\text{cl}}$ 付近で輝線効果が極大になり、そこでの値が $\Theta = 0$ つまり $\Lambda = \Lambda_0$ となる。 Λ_0 と T_{cl} とは物性・大気組成・電離度などから決まり $\Lambda_0 = 8 \times 10^{-22}$ cgs、 $T_{\text{cl}} = 2 \times 10^5$ K。

静的加熱項は、一般に密度に比例するので、

$$H = \rho h(x) \quad (9)$$

とおく。初期状態（擾乱を加える前）で、加熱と冷却とがつりあっているとすると、 $h(x)$ は

$$h(x) = R/\rho \quad \text{at } t = 0 \quad (10)$$

と書ける。

4 無次元化

数値計算では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、時間の単位はそれぞれ L 、 $\tau_0 \equiv L/C_{S0}$ 。ここで L 、 C_{S0} は、計算領域長、点源音速。密度と圧力とは点源の初期値 ρ_0 、 p_0 で無次元化する。

5 初期条件・初期擾乱と境界条件

初期分布は以下のようなものである。

$$p = p_0 = \text{一定} \quad (11)$$

である。これに以下のような擾乱を与える。

$$p = p(1 + a_e \exp(-x^2/w_e^2)) \quad (12)$$

パラメータは a_e 、 w_e 。温度は空間一様とする。したがって、密度は空間変化する。

境界条件は $x = -0.5L$ 、 $x = 0.5L$ とともに

$$\partial\rho/\partial x = 0, \quad \partial p/\partial x = 0, \quad V_x = 0, \quad (13)$$

6 パラメータ

表 1 参照。

パラメータ	変数	無次元値
非熱比	γ	5/3
冷却強度	Λ_0	1
冷却基準温度	T_{cl}	1
冷却臨界密度	n_{cl}	10^{20}
点源振幅	a_e	-0.1
点源幅	w_e	0.3
計算領域長	L	1
密度	ρ_0	1
圧力	p_0	1

表 1: パラメータと無次元化単位

7 グリッド

グリッド点は $i \in [1, 201]$ 。グリッド間隔は、0.05。

8 計算結果

計算結果を図 1 に示した。縦軸は温度、横軸は空間座標 (x) である。密度の高い中心（左側）ほど、冷却率が大きいため早く冷え、まわりとの温度差が時間と共に拡大していくようすが見てとれる。これに、さらに物質の移動も考慮すれば、中心部が冷えるに従って、低圧力になった中心部にまわりからガスが集まって中心の密度が高まり、さらに冷却の速度が早まることが予想できる。

9 天文学的意義

熱不安定は、天体形成や活動性の維持に大きな役割を演じている。一番有名な例は、星間物質の例である。星間物質は、水素が分子状態となった低温の HI 領域と、水素が電離している高温の HII 領域とからなっている。実は、その中間にも、加熱率と冷却率がバランスした状態があるのだが、これは熱不安定で、擾乱を与えると、必ず高温状態か、低温状態に移行することが知られている。

熱不安定条件は、圧力がいつも空間的に一定であるという条件のもとでは、

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p > \left(\frac{\partial R}{\partial T} \right)_p \quad (14)$$

と表される（熱不安定により圧力変化が生じて、ガスが移動して圧力のゆらぎをならすことを仮定している）。この条件式は、平衡状態（すなわち、 $H = R$ が成り立つ状態）から、少しだけ温度を上げた（下げた）とき、加熱率の増加が冷却率のそれより大き（小）ければ、ますます温度が上昇（下降）し、温度差がますます拡大することを意味する。これが、熱不安定の一般的な表現である。なお、ガスの移動がなけれ

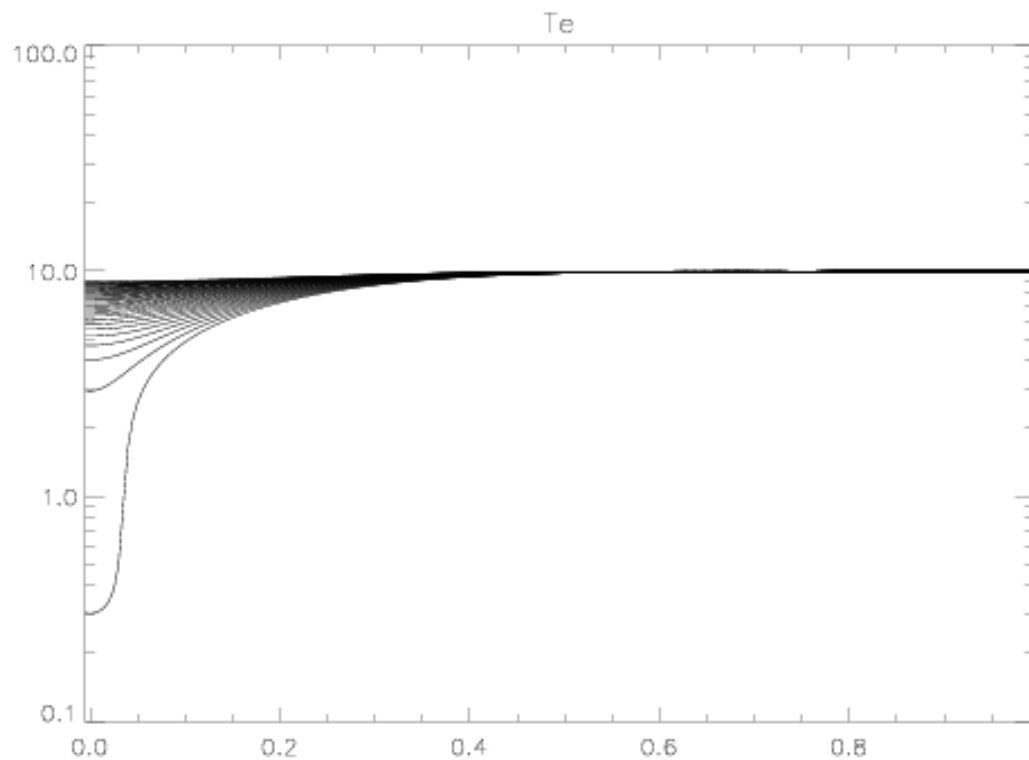


図 1: 計算結果：縦軸は温度、横軸は空間座標

ば、偏微分は密度一定でなされるべきだし、エントロピーが一定という条件下なら、偏微分はエントロピー一定ですればよい。

10 参考文献

熱不安定性の代表的な文献は

Field, G. B. 1965, ApJ, 142, 153

日本語による解説は

加藤正二「天体物理学基礎理論」(ごとう書房) p.182
を参照のこと。