

MHD 線形波動

2006. 1. 9.

1 はじめに

このモデルパッケージは、2次元平面内での MHD 線形波動の伝播を解くためのものである。

2 仮定と基礎方程式

流体は非粘性・圧縮性・磁気拡散なし磁気流体とする。計算領域は2次元デカルト座標 (xy 平面) で $\partial/\partial z = 0$ 、 $V_z = 0$ 、 $B_z = 0$ と仮定する。解くのは、密度 ρ 、圧力 p 、速度 V_x 、 V_y 、磁場 B_x 、 B_y についての2次元 Euler 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(cE_z) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(cE_z) = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho V^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right) &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} p + \frac{1}{2} \rho V^2 \right) V_x - \frac{B_y c E_z}{4\pi} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} p + \frac{1}{2} \rho V^2 \right) V_y + \frac{B_x c E_z}{4\pi} \right] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$cE_z = -V_x B_y + V_y B_x \quad (7)$$

である。ここで、 γ は比熱比。

3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる (表1参照)。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ L_0 、 C_{S0} 、 L_0/C_{S0} 。ここで、 L_0 は計算領域の大きさの1/2倍、 C_{S0} は初期一様状態の音速。密度は初期一様状態の値 ρ_0 で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
x, y	L_0
V_x, V_y	C_{S0}
t	L_0/C_{S0}
ρ	ρ_0
p	$\rho_0 C_{S0}^2$
B_x, B_y	$\sqrt{\rho_0 C_{S0}^2}$

表 1: 変数と規格化単位。 ρ_0 、 C_{S0} は初期一様状態の値。

4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$|x| < 1$ 、 $|y| < 1$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$\rho = 1$$

$$p = (1/\gamma) * \{1 + a \exp[-(r/w)^2]\}$$

$$V_x = V_y = 0$$

$$B_x = \sqrt{8\pi\alpha_0/\gamma} \cos \theta$$

$$B_y = \sqrt{8\pi\alpha_0/\gamma} \sin \theta$$

ただし、

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

で、 α_0 は初期プラズマベータの逆数。 a は擾乱の振幅、 w は擾乱の印加範囲。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
比熱比 γ	2	gm	model
初期プラズマベータの逆数 α_0	0.5	betai	model
初期磁場の角度	60 度	thini	model
擾乱の振幅 a	0.1	amp	model
擾乱の印加範囲 w	0.02	wexp	model

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、すべて自由境界条件。すなわちすなわち、 x 境界ではすべての物理量の x 方向微分がゼロ、 z 境界ではすべての物理量の z 方向微分がゼロ。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

5 参考文献

Priest, 1982, "Solar Magnetohydrodynamics"

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 x 方向	105	ix	main
グリッド数 y 方向	106	jx	main
マージン	4	margin	main
終了時刻	1	tend	main
出力時間間隔	0.05	dtout	main
CFL 数	0.4	safety	main
進行時刻下限値	10^{-10}	dtmin	main

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの Δt の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。