CANS2D モデルパッケージ md_recon

磁気リコネクション

2006. 1. 10.

1　はじめに

このモデルパッケージは、2 次元平面内での磁気リコネクションを解くためのものである。基本的には、Ugai (1992) の計算に倣っている。

2　仮定と基礎方程式

流体は非粘性・圧縮性・磁気拡散あり磁気流体とする。計算領域は 2 次元デカルト座標（xy 平面）で $\partial/\partial z = 0$、$V_z = 0$、$B_z = 0$ と仮定する。解くのは、 密度 ρ、圧力 p、速度 V_x、V_y、磁場 B_x、B_y についての 2 次元 MHD 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi}\right) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(cE_z) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(cE_z) = 0 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho V^2 + \frac{B^2}{8\pi}\right) \quad &+ \quad \frac{\partial}{\partial x}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_x - c\frac{B_y E_z}{4\pi}\right) \\ &+ \quad \frac{\partial}{\partial y}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_y + c\frac{B_x E_z}{4\pi}\right) = 0\end{aligned} \tag{6}$$

$$cE_z = -V_x B_y + V_y B_x + \eta J_z \tag{7}$$

$$J_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \tag{8}$$

である。ここで、γ は比熱比、η は磁気拡散（後述）。

3　無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ L_0、 C_{S0}、L_0/C_{S0}。ここで、L_0 は初期電流シートの厚み、C_{S0} は初期状態の音速。密度は初期の遠方（$x >> L_0$）での値 ρ_0 で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
x, y	L_0
V_x, V_y	C_{S0}
t	L_0/C_{S0}
ρ	ρ_0
p	$\rho_0 C_{\mathrm{S0}}^2$
B_x, B_y	$\sqrt{8\pi\rho_0 C_{\mathrm{S0}}^2}$

表 1: 変数と規格化単位

4　パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < X_{\mathrm{bnd}}$、$0 < y < Y_{\mathrm{bnd}}$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$B_x = 0$$
$$B_y = \sqrt{\frac{8\pi\alpha_0}{\gamma}} \tanh{(2x)}$$
$$p = \frac{1}{\gamma}(1+\alpha_0) - \frac{B_y^2}{8\pi}$$
$$\rho = \gamma p$$
$$V_x = V_y = 0$$

で、α_0 は初期プラズマベータの逆数。

また、磁気拡散は次のような空間分布をもつとする。

$$\eta = \eta_i \ (2\xi^3 - 3\xi^2 + 1) \quad \mathrm{if} \quad \xi < 1$$

ただし、

$$\xi = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r_\eta}$$

で η_i=定数、r_η=定数はパラメータ。

境界条件は、すべて対称境界条件。$x = 0$ で、V_x、B_y は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_y、B_x は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$x = X_{\mathrm{bnd}}$ で、V_x、B_x は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_y、B_y は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$y = 0$ で、V_y、B_x は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_x、B_y は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$y = Y_{\mathrm{bnd}}$ で、V_y、B_x は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_x、B_y は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

5　参考文献

Ugai, M., 1992, Physics of Fluids B, **4**, 2953-2963.

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
境界の位置 x 方向 X_{bnd}	5	—	`model`
境界の位置 x 方向 Y_{bnd}	20	—	`model`
比熱比 γ	5/3	`gm`	`model`
初期プラズマベータの逆数 α_0	10	`betai`	`model`
磁気拡散定数の最大値 η_i	0.03	`etai`	`model`
磁気拡散の有効半径 r_η	0.8	`retai`	`model`

表 2: おもなパラメータ

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 x 方向	105	`ix`	`main`
グリッド数 y 方向	106	`jx`	`main`
マージン	4	`margin`	`main`
終了時刻	23	`tend`	`main`
出力時間間隔	1	`dtout`	`main`
CFL 数	0.4	`safety`	`main`
進行時刻下限値	10^{-10}	`dtmin`	`main`

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの Δt の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。