CANS2D モデルパッケージ md_efr

太陽浮上磁場

2006. 2. 13.

1　はじめに

このモデルパッケージは太陽浮上磁場 (太陽大気中で Parker 不安定性により浮上する磁場) をシミュレーションするためのものである。フレアなどは、太陽大気中で磁気エネルギーが解放されることで起こる。この磁場は、太陽内部で生成された磁場が、磁気浮力不安定性により大気中へと浮上して来たものであると考えられている。この磁気浮力不安定性のうちの一つが Parker 不安定性である。

Parker 不安定性とは、以下のような不安定性である。磁力線が何らかの作用により曲げられた場合に、それまで磁気圧によって支えられていた物質が、その支えを失い重力によって磁力線に沿って落下する。その結果、ガス落下で軽くなった部分には磁気浮力が働き、磁力線がさらに曲げられるという不安定性である。

2　仮定と基礎方程式

流体は非粘性・圧縮性磁気流体とする。計算領域は 2 次元デカルト座標（xy 平面）で $\partial/\partial z = 0$、$V_z = 0$、$B_z = 0$ と仮定する。解くのは、 密度 ρ、圧力 p、速度 V_x、V_y、磁場 B_x、B_y についての 2 次元 MHD 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) = \rho g_x \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi}\right) = \rho g_y \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(cE_z) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(cE_z) = 0 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho V^2 + \frac{B^2}{8\pi}\right) \quad &+ \quad \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2\right)V_x - c\frac{B_y E_z}{4\pi}\right] \\ &+ \quad \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2\right)V_y + c\frac{B_x E_z}{4\pi}\right] = \rho g_x V_x + \rho g_y V_y\end{aligned} \tag{6}$$

$$cE_z = -V_x B_y + V_y B_x \tag{7}$$

である。

3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表１参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ $\mathcal{H}_0$、C_{S0}、$\tau_0 \equiv \mathcal{H}_0/C_{S0}$。ここで $\mathcal{H}_0$、C_{S0} は $y=0$（光球面）での圧力スケール長 $\mathcal{H} \equiv p/(\rho g)$ と音速 $C_S \equiv \sqrt{\gamma p/\rho}$。密度は光球面（$y=0$）での値 ρ_0 で無次元化する。

変数	規格化単位
x, y	$\mathcal{H}_0$
V_x, V_y	C_{S0}
t	$\mathcal{H}_0/C_{S0}$
ρ	ρ_0
p	$\rho_0 C_{S0}^2$
B_x, B_y	$\sqrt{\rho_0 C_{S0}^2}$
T	$T_0 \equiv C_{S0}^2/(\gamma k_B/m)$

表 1: 変数と規格化単位

4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < X_{\max}$、$Y_{\min} < y < Y_{\max}$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。次のような重力・温度・プラズマベータ分布のもとでの力学平衡で圧力分布を決める。重力は y 負方向一様で

$$g_x = 0, \quad g_y = -\frac{1}{\gamma} C_{S0}^2/\mathcal{H}_0$$

となる。温度分布は以下のようなもの。

$$T(y) = T_0 - \left(a \left|\frac{dT}{dy}\right|_{\mathrm{ad}}\right) y \qquad \text{for} \quad y < y_{\mathrm{cnv}} \tag{8}$$

$$T(y) = T_0 + (T_{\mathrm{cor}} - T_0)\left[\frac{1}{2}\left\{\tanh\left(\frac{y - y_{\mathrm{tr}}}{w_{\mathrm{tr}}}\right) + 1\right\}\right] \qquad \text{for} \quad y \geq y_{\mathrm{cnv}} \tag{9}$$

ここで $|dT/dy|_{\mathrm{ad}} \equiv (\gamma - 1)/\gamma(T_0/\mathcal{H}_0)$ は断熱温度勾配、a は温度勾配パラメータで無次元数。磁場分布は、以下のように仮定する。

$$B_x(y) = [8\pi p(y)\alpha(y)]^{1/2} \tag{10}$$

$$\alpha(y) = \alpha_f f(y) \tag{11}$$

$$f(y) = \frac{1}{4}\left[\tanh\left(\frac{y - y_0}{w_f} + 1\right)\right]\left[-\tanh\left(\frac{y - y_1}{w_f}\right) + 1\right] \tag{12}$$

これは、プラズマベータが $1/\alpha_f$ であるような磁束シートが $y_{f1} < y < y_{f2}$ に分布していることを表す。与えられた温度分布、重力分布、磁場分布より力学平衡の式

$$\frac{d}{dy}\left[p + \frac{B_x^2(y)}{8\pi}\right] = \rho g_y \tag{13}$$

を解いて初期分布を求める。この初期状態に以下のような速度擾乱を加える。

$$V_x = 0$$

$$V_y = A\cos(2\pi x/\lambda_p)\frac{1}{2}\left[\tanh\frac{x+3\lambda_p/4}{w_p} - \tanh\frac{x-3\lambda_p/4}{w_p}\right]\frac{1}{2}\left[\tanh\frac{y-y_{p1}}{w_p} - \tanh\frac{y-y_{p2}}{w_p}\right]$$

以上の式に現れた w_{tr}、w_f、w_p は数値的な振動を防ぐための遷移幅でいずれも 0.5 にとっている。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
境界の位置 x 方向 X_{max}	40	`xmax`	`model`
境界の位置 y 方向 Y_{min}、Y_{max}	-4、40	`ymin`、`ymax`	`model`
比熱比 γ	5/3	`gm`	`model`
コロナ温度 T_{cor}	25	`tcor`	`model`
対流層温度勾配係数 a	2	`tadg`	`model`
対流層・光球境界高さ y_{cnv}	0	`zcnv`	`model`
遷移層高さ y_{tr}	10	`ztr`	`model`
光球重力 g_y	$-1/\gamma$	`g0`	`model`
初期プラズマベータ値の逆数 α_f	0.25	`rbetaf`	`model`
磁束シートの範囲 y_{f1}、y_{f2}	-2、0	`zf1`、`zf2`	`model`
擾乱の振幅 A	0.05	`amp`	`pertub`
擾乱の x 方向の波長・印加範囲 λ_p	20	`xptb`	`pertub`
擾乱の y 方向の印加範囲 y_{p1}、y_{p2}	-2、0	`yptb1`、`yptb2`	`pertub`

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、x 境界では対称境界、すなわち V_x、B_y は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_y、B_x は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。y 境界では、V_x は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。V_y、B_y は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」。ρ、p、B_x は「初期値固定」。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

5 参考文献

Shibata, K. et al. 1989, ApJ, 338, 471

Parker, E. N. 1966, ApJ, 145, 811

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 x 方向	103	`ix`	`main`
グリッド数 y 方向	103	`jx`	`main`
マージン	4	`margin`	`main`
終了時刻	80	`tend`	`main`
出力時間間隔	1	`dtout`	`main`
CFL 数	0.4	`safety`	`main`
進行時刻下限値	10^{-10}	`dtmin`	`main`

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの Δt の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。