

等温ガスの自己重力収縮

2006. 1. 12.

1 はじめに

このモデルパッケージは、2次元平面内での等温ガスの自己重力収縮問題を解くためのものである。

2 仮定と基礎方程式

流体は非粘性・等温ガスとする。計算領域は2次元デカルト座標 (xy 平面) で $\partial/\partial z = 0$ 、 $V_z = 0$ と仮定する。解くのは、密度 ρ 、速度 V_x 、 V_y についての2次元等温流体方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_x V_y) = -\rho \frac{\partial \phi_g}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x V_y) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y^2 + p) = -\rho \frac{\partial \phi_g}{\partial y} \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi_g = 4\pi G \rho \quad (4)$$

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (5)$$

である。ここで、 T はガスの温度で定数。

3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる (表1参照)。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ L_0 、 C_{S0} 、 L_0/C_{S0} 。ここで、 L_0 は Jeans 長、 C_{S0} はガスの音速。密度は ρ_0 で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
x, y	L_0
V_x, V_y	C_{S0}
t	L_0/C_{S0}
ρ	ρ_0

表 1: 変数と規格化単位

4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < \lambda$, $0 < y < \lambda$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$\rho = \rho_0[1 + a * \sin(2\pi x/\lambda) \sin 2\pi y/\lambda]$$

$$V_x = V_y = 0$$

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
擾乱の波長 λ	10	<code>rlambda</code>	<code>model</code>
擾乱の振幅 a	0.1	<code>amp</code>	<code>model</code>

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、すべて周期境界条件。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数	$2^6 + 3$	<code>ix, jx</code>	<code>main</code>
マージン	4	<code>margin</code>	<code>main</code>
終了時刻	4.4	<code>tend</code>	<code>main</code>
出力時間間隔	1	<code>dtout</code>	<code>main</code>
CFL 数	0.4	<code>safety</code>	<code>main</code>
進行時刻下限値	10^{-10}	<code>dtmin</code>	<code>main</code>

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの Δt の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。