CANS1D モデルパッケージ md_itshktb

等温衝撃波管

ver. 1

1　はじめに

このモデルパッケージは、等温衝撃波管問題を解くためのものである。

衝撃波管問題とは、一定の断面積をもった十分長い管の中に比熱比が等しく熱力学的状態の異なる流体を 1 枚の仕切りによって分けて入れておき、その仕切りを取り去った後の流体の状態を求める問題である。その解には衝撃波と接触不連続、膨張波という典型的な物理現象が含まれており、厳密解も求められているため、衝撃波管問題は計算コードの基本的なテストとして用いられる。本質的に 1 次元問題であるが、2 次元または 3 次元の計算コードに対して仕切りを斜めに設定することにより、斜め方向の物理量の伝播に関するテストとしても用いられる。また、Godunov 法と呼ばれる流体計算法では、この衝撃波管問題の厳密解に基づいてセル境界の流束を評価して時間発展させる。

2　仮定と基礎方程式

ここで扱う衝撃波管問題では、非粘性・等温圧縮性流体を仮定し、管に沿った方向 (x 軸方向) 以外の方向の流体の速度は 0 と仮定する。本コードは、密度 ρ と x 軸方向の速度 u についての 1 次元 Euler 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}\rho u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u^2 + p\right) = 0 \tag{2}$$

$$p = \rho C_s^2 (C_s = \mathrm{constant}) \tag{3}$$

を解くことによって、初期値問題としてこれら流体変数の時間発展を計算するものである。

3　無次元化

長さは計算領域サイズ L_0、圧力・密度は、領域 L の値 p_0、ρ_0 で無次元化される。

4　初期条件と境界条件

仕切りを $x = x_0$ に設置し、その左側 (領域 L) に $\rho_{\mathrm{L}}, u_{\mathrm{L}}$ の状態で置き、同じ温度の流体を仕切りの右側 (領域 R) に $\rho_{\mathrm{R}}, u_{\mathrm{R}}$ の状態で置く。時刻 $t = 0$ に仕切りを取り去る。

このパッケージでは、デフォルトとして

$$\rho_{\mathrm{L}} = 1, \quad u_{\mathrm{L}} = 0, \quad \rho_{\mathrm{R}} = 0.125, \quad u_{\mathrm{R}} = 0 \tag{4}$$

という初期値を $t = 0$ に与えている。仕切りの位置は $x = 0$ とし、管の右端 $x_L = -0.5$ と左端 $x_R = 0.5$ に境界条件

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad u = 0 \tag{5}$$

を課す。計算の終了時刻を $t = 0.14154$ とする。このときにはまだ $x = 0$ から発生した波は管の両端に到達していない。

5 シミュレーション

シミュレーションに必要な、物理量に関する設定以外のこのパッケージの主な設定のデフォルトを下に挙げる。

- グリッド数：1001
- グリッドは等間隔で、その x 座標は $x(1) = -0.5$ から $x(1001) = 0.5$ まで
- 初期領域のグリッドへの割り当て：領域 L= $[1, 500]$, 　領域 R= $[501, 1001]$
- CFL 条件の係数：0.4
- 計算法：修正ラックス・ベンドロフ法

デフォルトの設定で行った計算の結果を厳密解とともに図 1 に示す。

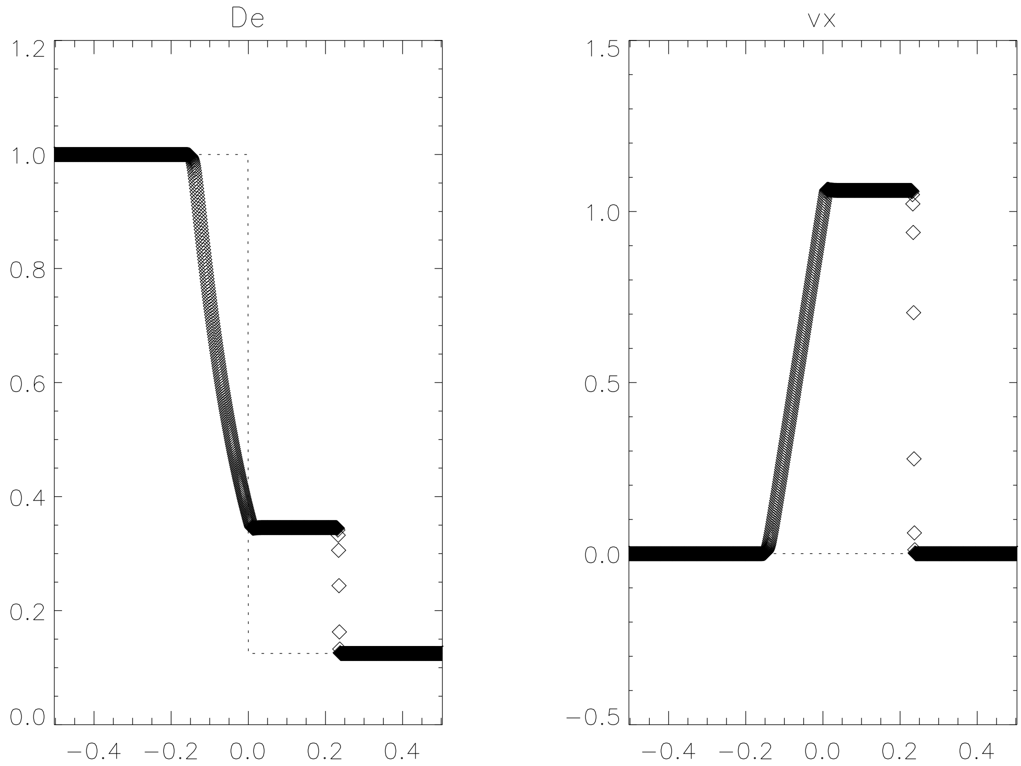

図 1: 衝撃波管の密度 ρ, 速度 u の $t = 0.14154$ における解。点はシミュレーション結果で、実線は厳密解を表す。破線は初期状態 ($t = 0$)。