CANS2D モデルパッケージ md_thinst

熱不安定

2006.2.12

1 はじめに

このモデルパッケージは熱不安定問題をシミュレーションするためのものである。ガスの冷却率は、密度及び温度の関数で、一般に高密度のガスほど早く冷える。そこで、密度の空間分布に擾乱（ゆらぎ）があると、場所によって冷え方が異なり、温度差が拡大していくことになる（熱不安定と呼ばれる）。本コードでは、原点付近に置いた点源が熱不安定によって冷えていくようすを追跡する。

熱不安定は、天体形成や活動性の維持に大きな役割を演じている。一番有名な例は、星間物質の例である。星間物質は、水素が分子状態となった低温の HI 領域と、水素が電離している高温の HII 領域とからなっている。実は、その中間にも、加熱率と冷却率とがバランスした状態があるのだが、これは熱不安定で、擾乱を与えると、必ず高温状態か、低温状態に移行することが知られている。

熱不安定条件は、圧力がいつも空間的に一定であるという条件のもとでは、

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p > \left(\frac{\partial R}{\partial T}\right)_p \tag{1}$$

と表される（熱不安定により圧力変化が生じても、ガスが移動して圧力のゆらぎをならすことを仮定している）。この条件式は、平衡状態（すなわち、$H = R$ が成り立つ状態）から、少しだけ温度を上げた（下げた）とき、加熱率の増加が冷却率のそれより大き（小さ）ければ、ますます温度が上昇（下降）し、温度差がますます拡大することを意味する。これが、熱不安定の一般的な表現である。なお、ガスの移動がなければ、偏微分は密度一定でなされるべきだし、エントロピーが一定という条件下なら、偏微分はエントロピー一定ですればよい。

2 仮定と基礎方程式

計算領域は 2 次元デカルト座標（xy 平面）で圧力 p のみを解く。密度は一様、速度はゼロで、ともに変化しない。基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\gamma-1}\right) = H - R \tag{2}$$

$$p = \frac{k_{\rm B}}{m}\rho T \tag{3}$$

ここで、H は静的加熱率、 R は放射冷却率。

3 無次元化

数値計算では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。冷却関数 $\Lambda(T)$ が最大値になる温度 $T_{\rm cl}$ で温度を無次元化。圧力は、$T_{\rm cl}$ と一様密度 ρ とで無次元化する。時間は、温度 $T_{\rm cl}$ での冷却時間 $\tau_0 \equiv (k_B/m)T_{\rm cl}/[\rho\Lambda(T_{\rm cl})$ で無次元化。

4　パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

計算領域は $0 < x < 1$、$0 < y < 1$。一様平衡状態 $p = p_0 = \frac{k_\mathrm{B}}{m}\rho T_0$ に擾乱を与えたものが初期状態である。

$$p = p_0 \left[1 + a_\mathrm{e} \exp\left(-\frac{r^2}{w_\mathrm{e}^2}\right)\right] \tag{4}$$

ただし $r^2 = x^2 + y^2$。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
比熱比 γ	5/3	`gm`	`model`
初期温度 T_0	10	`te0`	`model`
光学的に厚くなる密度 ρ_cl	10^{12}	`decl0`	`model`
擾乱振幅 a_e	-0.1	`prexp`	`pertub`
擾乱印加範囲 w_e	0.3	`wexp`	`pertub`

表 1: おもなパラメータ

境界条件は、設定していない。（基礎方程式が、時刻方向の微分しか含んでいないので境界条件は不要だから。）

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 x 方向	101	`ix`	`main`
グリッド数 y 方向	101	`jx`	`main`
時刻ステップ	0.1	`dt`	`main`
終了時刻	400	`tend`	`main`
出力時間間隔	10	`dtout`	`main`

表 2: おもな数値計算パラメータ。

5　参考文献

熱不安定性の代表的な文献は

Field, G. B. 1965, ApJ, 142, 153

日本語による解説は

加藤正二「天体物理学基礎理論」（ごとう書房） p.182

を参照のこと。

付録：放射冷却項・静的加熱項

エネルギー方程式の、放射冷却項 R と静的加熱項 H とについて記述する。これらの項は、モジュール `htcl/cooldef.f` で定義されていて、本問題以外でも共通利用できるものだが、ここで詳述する。

光学的に薄い放射による冷却率は、一般に密度の自乗に比例する。そこで冷却項は密度・温度の関数として次のように表される。

$$R = \rho^2 \cdot \Lambda(T) \tag{5}$$

密度が高くなって、光学的に厚くなると、冷却が効きにくくなる効果を入れるため、次のように近似する。

$$R = \rho^2 \cdot \Lambda_\rho(\rho) \cdot \Lambda(T) \tag{6}$$

ここで、光学的に厚くなったときの効果は

$$\Lambda_\rho(\rho) = (\rho_{\rm cl}/\rho)\tanh(\rho/\rho_{\rm cl}) \tag{7}$$

という形で取り入れた。この関数は、$\rho/\rho_{\rm cl} \ll 1$ のとき $\Lambda_\rho \approx 1$ で、$\rho/\rho_{\rm cl} \gg 1$ のとき $\Lambda_\rho \approx \rho_{\rm cl}/\rho$ となる。いま $\rho_{\rm cl} = 10^{12}\ {\rm cm}^{-3}$ と仮定している。

一方、冷却関数 $\Lambda(T)$ は温度の複雑な関数であるが、ここでは、次のような代数関数で近似する。

$$\Lambda(T) \approx \Lambda_0 \cdot 10^{\Theta(T)} \tag{8}$$

$$\theta \equiv \log_{10}(T/T_{\rm cl}) \tag{9}$$

$$\Theta(\theta) = 0.4\theta - 3 + 3 \times \frac{2}{\exp[1.5(\theta + 0.08)] + \exp[-2(\theta + 0.08)]} \tag{10}$$

第 1 項はおもに熱制動放射の効果、第 3 項は紫外線から X 線域での輝線放射の効果である。この関数は $\theta = 0$ つまり $T = T_{\rm cl}$ 付近で輝線効果が極大になり、そこでの値が $\Theta = 0$ つまり $\Lambda = \Lambda_0$ となる。Λ_0 と $T_{\rm cl}$ とは物性・大気組成・電離度などから決まり $\Lambda_0 = 8 \times 10^{-22}$ cgs、$T_{\rm cl} = 2 \times 10^5$ K。

静的加熱項は、一般に密度に比例するので、

$$H = \rho\ h(x) \tag{11}$$

とおく。初期状態（擾乱を加える前）で、加熱と冷却とがつりあっているとすると、$h(x)$ は

$$h(x) = R/\rho \qquad {\rm at}\ \ t = 0 \tag{12}$$

と書ける。