CANS2D モデルパッケージ md_flare

太陽フレア

2006. 1. 12.

1　はじめに

このモデルパッケージは、2 次元平面内での、太陽フレアの問題（熱伝導・彩層蒸発効果のはいった磁気リコネクション問題）を解くためのものである。基本的には、Yokoyama & Shibata (2001) の計算に倣っている。

2　仮定と基礎方程式

流体は非粘性・圧縮性・磁気拡散あり磁気流体とする。計算領域は 2 次元デカルト座標（xy 平面）で $\partial/\partial z = 0$ と仮定する。解くのは、 密度 ρ、圧力 p、速度 V_x、V_y、 V_z 磁場 B_x、B_y、B_z についての 2 次元 MHD 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi}\right) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_z) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x V_z - \frac{B_x B_z}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V_y V_z - \frac{B_y B_z}{4\pi}\right) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(E_z) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(E_z) = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_z) + \frac{\partial}{\partial x}(E_y) - \frac{\partial}{\partial y}(E_x) = 0 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho V^2 + \frac{B^2}{8\pi}\right) \quad &+ \quad \frac{\partial}{\partial x}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_x + \frac{B_z E_y - B_y E_z}{4\pi} - (\kappa_\parallel \nabla_\parallel T)_x\right) \\ &+ \quad \frac{\partial}{\partial y}\left((\frac{\gamma}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho V^2)V_y + \frac{B_x E_z - B_z Ex}{4\pi} - (\kappa_\parallel \nabla_\parallel T)_y\right) = 0\end{aligned} \tag{8}$$

$$E_x = -V_y B_z + V_z B_y + \eta J_x, \quad E_y = -V_z B_x + V_x B_z + \eta J_y, \quad E_z = -V_x B_y + V_y B_x + \eta J_z \tag{9}$$

$$J_x = \frac{\partial B_z}{\partial y}, \quad J_y = -\frac{\partial B_z}{\partial x}, \quad J_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \tag{10}$$

$$p = \frac{k_{\rm B}}{m}\rho T \tag{11}$$

である。ここで、γ は比熱比、η は磁気拡散（後述）。さらに、演算記号 $\nabla_{\parallel}$ は、「磁力線に平行な方向の微分」を意味する。

$\kappa_{\parallel}$ は（磁力線に平行な方向の）熱伝導係数で、次のようにあらわされる。

$$\kappa_{\parallel} = \kappa_0 T^{5/2}$$

3　無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ L_0、 C_{S0}、L_0/C_{S0}。ここで、L_0 は初期電流シートの厚み、C_{S0} は初期状態の音速。密度は初期の遠方（$x >> L_0$）での値 ρ_0 で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
x, y	L_0
V_x, V_y, V_z	C_{S0}
t	L_0/C_{S0}
ρ	ρ_0
p	$\rho_0 C_{\mathrm{S0}}^2$
B_x, B_y, B_z	$\sqrt{\rho_0 C_{\mathrm{S0}}^2}$

表 1: 変数と規格化単位

4　パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < X_{\mathrm{bnd}}$、$0 < y < Y_{\mathrm{bnd}}$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$B_x = 0$$

$$B_y = \sqrt{\frac{8\pi\alpha_0}{\gamma}} \tanh(2x)$$

$$B_z = \sqrt{\frac{8\pi\alpha_0}{\gamma}} \cosh^{-1}(2x)$$

$$p = \frac{1}{\gamma}$$

$$\rho = 1 + \frac{1}{2}(\rho_{\mathrm{ch}} - 1)\left[-\tanh\left(\frac{y - y_{\mathrm{tr}}}{w}\right) + 1\right]$$

$$V_x = V_y = V_z = 0$$

で、α_0 は初期プラズマベータの逆数。$y < y_{\mathrm{tr}}$ の範囲は、太陽表面の高密度層（彩層）を想定している。$w = 0.5$ は、数値不安定を避けるための遷移幅で固定値。

また、磁気拡散は次のような空間分布をもつとする。

$$\eta = \eta_i \ (2\xi^3 - 3\xi^2 + 1) \quad \text{if} \ \ \xi < 1$$

ただし、

$$\xi = \frac{\sqrt{x^2 + (y - y_\eta)^2}}{r_\eta}$$

で η_i=定数、r_η=定数はパラメータ。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
境界の位置 x 方向 X_{bnd}	5	`xmax`	`model`
境界の位置 x 方向 Y_{bnd}	40	`ymax`	`model`
比熱比 γ	5/3	`gm`	`model`
初期プラズマベータの逆数 α_0	10	`betai`	`model`
磁気拡散定数の最大値 η_i	0.1	`etai`	`model`
磁気拡散の有効半径 r_η	0.8	`retai`	`model`
磁気拡散の位置 y_η	20	`yeta`	`model`
熱伝導の強さ κ_0	1	`rkap0`	`model`
彩層の密度 ρ_{ch}	10^5	`rhoch`	`model`
彩層・コロナ境界 y_{tr}	1	`ytr`	`model`

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、すべて対称境界条件。$x = 0$ で、V_x、B_y は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_y、V_z、B_x、B_z は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$x = X_{\mathrm{bnd}}$ で、V_x、B_x は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_y、V_z、B_y、B_z は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$y = 0$ で、V_y、B_x は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_x、V_z、B_y、B_z は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。$y = Y_{\mathrm{bnd}}$ で、V_y、B_x は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、ρ、p、V_x、V_z、B_y、B_z は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

5 参考文献

Yokoyama, T., Shibata, K., 2001, ApJ, **549**, 1160-1174.

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 x 方向	133	`ix`	`main`
グリッド数 y 方向	258	`jx`	`main`
マージン	4	`margin`	`main`
終了時刻	12	`tend`	`main`
出力時間間隔	1	`dtout`	`main`
CFL 数	0.4	`safety`	`main`
進行時刻下限値	10^{-10}	`dtmin`	`main`

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの Δt の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。