

# 熱伝導入り磁気リコネクション

2006. 1. 12.

## 1 はじめに

このモデルパッケージは、2次元平面内での、熱伝導効果の入った磁気リコネクションを解くためのものである。基本的には、Yokoyama & Shibata (1997) の計算に倣っている。

## 2 仮定と基礎方程式

流体は非粘性・圧縮性・磁気拡散あり磁気流体とする。計算領域は2次元デカルト座標 ( $xy$  平面) で  $\partial/\partial z = 0$  と仮定する。解くのは、密度  $\rho$ 、圧力  $p$ 、速度  $V_x$ 、 $V_y$ 、 $V_z$  磁場  $B_x$ 、 $B_y$ 、 $B_z$  についての2次元 MHD 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_z) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x V_z - \frac{B_x B_z}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_y V_z - \frac{B_y B_z}{4\pi} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(E_z) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(E_z) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_z) + \frac{\partial}{\partial x}(E_y) - \frac{\partial}{\partial y}(E_x) = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho V^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right) &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p + \frac{1}{2} \rho V^2 \right) V_x + \frac{B_z E_y - B_y E_z}{4\pi} - (\kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel} T)_x \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p + \frac{1}{2} \rho V^2 \right) V_y + \frac{B_x E_z - B_z E_x}{4\pi} - (\kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel} T)_y \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$E_x = -V_y B_z + V_z B_y + \eta J_x, \quad E_y = -V_z B_x + V_x B_z + \eta J_y, \quad E_z = -V_x B_y + V_y B_x + \eta J_z \quad (9)$$

$$J_x = \frac{\partial B_z}{\partial y}, \quad J_y = -\frac{\partial B_z}{\partial x}, \quad J_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \quad (10)$$

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (11)$$

である。ここで、 $\gamma$  は比熱比、 $\eta$  は磁気拡散（後述）。さらに、演算記号  $\nabla_{\parallel}$  は、「磁力線に平行な方向の微分」を意味する。

$\kappa_{\parallel}$  は（磁力線に平行な方向の）熱伝導係数で、次のようにあらわされる。

$$\kappa_{\parallel} = \kappa_0 T^{5/2}$$

### 3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ  $L_0$ 、 $C_{S0}$ 、 $L_0/C_{S0}$ 。ここで、 $L_0$  は初期電流シートの厚み、 $C_{S0}$  は初期状態の音速。密度は初期の遠方（ $x \gg L_0$ ）での値  $\rho_0$  で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
$x, y$	$L_0$
$V_x, V_y, V_z$	$C_{S0}$
$t$	$L_0/C_{S0}$
$\rho$	$\rho_0$
$p$	$\rho_0 C_{S0}^2$
$B_x, B_y, B_z$	$\sqrt{\rho_0 C_{S0}^2}$

表 1: 変数と規格化単位

### 4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < X_{\text{bnd}}$ 、 $0 < y < Y_{\text{bnd}}$  の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$\begin{aligned}
B_x &= 0 \\
B_y &= \sqrt{\frac{8\pi\alpha_0}{\gamma}} \tanh(2x) \\
B_z &= \sqrt{\frac{8\pi\alpha_0}{\gamma}} \cosh^{-1}(2x) \\
p &= \frac{1}{\gamma} \\
\rho &= 1 \\
V_x &= V_y = V_z = 0
\end{aligned}$$

で、 $\alpha_0$  は初期プラズマベータの逆数。

また、磁気拡散は次のような空間分布をもつとする。

$$\eta = \eta_i (2\xi^3 - 3\xi^2 + 1) \quad \text{if } \xi < 1$$

ただし、

$$\xi = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_\eta}$$

で  $\eta_i$ =定数、 $r_\eta$ =定数はパラメータ。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
境界の位置 $x$ 方向 $X_{\text{bnd}}$	5	xmax	model
境界の位置 $y$ 方向 $Y_{\text{bnd}}$	20	ymax	model
比熱比 $\gamma$	5/3	gm	model
初期プラズマベータの逆数 $\alpha_0$	10	betai	model
磁気拡散定数の最大値 $\eta_i$	0.1	etai	model
磁気拡散の有効半径 $r_\eta$	0.8	retai	model
熱伝導の強さ $\kappa_0$	1	rkap0	model

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、すべて対称境界条件。 $x = 0$  で、 $V_x$ 、 $B_y$  は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、 $\rho$ 、 $p$ 、 $V_y$ 、 $B_x$ 、 $B_z$  は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。  $x = X_{\text{bnd}}$  で、 $V_x$ 、 $B_x$  は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、 $\rho$ 、 $p$ 、 $V_y$ 、 $B_y$ 、 $B_z$  は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。  $y = 0$  で、 $V_y$ 、 $B_x$  は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、 $\rho$ 、 $p$ 、 $V_x$ 、 $B_y$ 、 $B_z$  は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。  $y = Y_{\text{bnd}}$  で、 $V_y$ 、 $B_x$  は「絶対値が等しく符号反転で鏡面配置」、 $\rho$ 、 $p$ 、 $V_x$ 、 $B_y$ 、 $B_z$  は「絶対値・符号が等しく鏡面配置」。 サブルーチン bnd で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 $x$ 方向	105	ix	main
グリッド数 $y$ 方向	105	jx	main
マージン	4	margin	main
終了時刻	10	tend	main
出力時間間隔	1	dtout	main
CFL 数	0.4	safety	main
進行時刻下限値	$10^{-10}$	dtmin	main

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの  $\Delta t$  の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。

## 5 参考文献

Yokoyama, T., Shibata, K., 1997, ApJ, **474**, L61-L64.