物理学基礎論Bレポート07

河村聡人 (Akito D. Kawamura)

平成25年12月2日

1　ベクトル演習

以下のベクトル $\boldsymbol{A}$ について発散 $(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A})$ と回転 $(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A})$ を、ベクトルの大きさの2乗 $|\boldsymbol{A}|^2$ について勾配 $(\boldsymbol{\nabla}|\boldsymbol{A}|^2)$ とラプラシアン $(\nabla^2|\boldsymbol{A}|^2)$ を求めよ。ただし $< x,\, y,\, z >$ は直交座標系、$< r,\, \theta,\, \phi >$ は球座標系とする。尚、α は定数、$\hat{\boldsymbol{a}}$ はあるベクトル $\boldsymbol{a}$ の単位ベクトルである。

1. $\boldsymbol{A} \ = \ yz\hat{\boldsymbol{x}} + xz\hat{\boldsymbol{y}} + xy\hat{\boldsymbol{z}}$
2. $\boldsymbol{A} \ = \ \hat{\boldsymbol{r}} + \hat{\boldsymbol{\phi}}$
3. $\boldsymbol{A} \ = \ (x\hat{\boldsymbol{x}} + y\hat{\boldsymbol{y}} + z\hat{\boldsymbol{z}})/\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
4. $\boldsymbol{A} \ = \ (-y\hat{\boldsymbol{x}} + x\hat{\boldsymbol{y}})/\sqrt{x^2+y^2}$
5. $\boldsymbol{A} \ = \ \hat{\boldsymbol{r}}\exp(-r/\alpha)/r$

2　静電ポテンシャル

ポアソン方程式を用いて、以下の単位面積あたりの電荷密度 ρ がもたらす静電ポテンシャルを求めよ。ただし ρ_0 と R は定数とする。

1. $\rho = \begin{cases} \rho_o r & \text{for } r \le R \\ 0 & \text{for } r > R \end{cases}$
2. $\rho = \begin{cases} \rho_o r^2 & \text{for } r \le R \\ 0 & \text{for } r > R \end{cases}$
3. $\rho = \rho_0 \exp(-r)$
4. $\rho = \rho_0 r \exp(-r)$

3　導体の立方体

一辺の長さが a の立方体の導体が、一定の電場 $\boldsymbol{E}_0$ の中にある。立方体のある一面と電場 $\boldsymbol{E}_0$ が垂直であるとき、立方体の表面に出来る電荷の分布を求めよ。

4　導体の球

半径 R の球の導体が総量 Q の電荷を持っている。電荷の分布と任意の位置の静電ポテンシャルを求めよ。

5　多層の導体の平面

単位面積あたりの電荷密度が σ である無限に広い面 S の上に、距離 a だけ離して平行に厚さ d の無限に広い導体の板 C を固定した。この時、導体 C の上下の面それぞれの電荷密度と、面 S から任意の高さ h の位置の電場を求めよ。

6　多層の導体の球

総電荷 Q を持つ半径 a の球の導体 A の周りを、内径が $2b$、外径が $2c$ の球殻で電荷的に中性な導体 B が覆っている。導体 A と B が同じ中心を持つ時、導体 B の内側と外側の電荷の分布と、中心から任意の距離 r の静電ポテンシャルを求めよ。