

基礎宇宙物理学 II：電磁流体力学 レポート 10

この授業に関するページ：<http://www.kwasan.kyoto-u.ac.jp/~tamazawa/lecture/astrophysics2.html>

1. 衝撃波面静止系で考える。衝撃波前面での物理量を添字 1 で、後面での物理量を添え字 2 で表す。この時、一次元流体方程式に関して、衝撃波面を静止していると考えているので、時間微分の項が消える。それらの方程式を空間微分してやると、衝撃波面前後での質量保存、運動量保存、エネルギー保存の式が得られる。

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \quad (1)$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2 \quad (2)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^3 = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 v_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^3 \quad (3)$$

式 1-3 をランキン-ユゴニオの関係式 (Rankine-Hugoniot's relations) という。この時、以下の式が成り立つことを示せ。

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2} \quad (4)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} \quad (5)$$

$$M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2+2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)} \quad (6)$$

ここで、 $M_i = v_i/c_{si}$ ($i = 1, 2$) はそれぞれ衝撃波面前後でのマッハ数 (Mach number) である。

2. 単位質量あたりのエントロピーを $S \propto \ln(p/\rho^\gamma)$ とする。熱力学第二法則より、衝撃波面前後でのエントロピーの変化量 $\Delta S \propto \ln(p_2/p_1) - \gamma \ln(\rho_2/\rho_1) > 0$ でなければならない。このことから、 $M_1 > 1$ 、 $M_2 < 1$ であることを示せ。