

基礎宇宙物理学 II : 電磁流体力学 レポート 3

この授業に関するページ : <http://www.kwasan.kyoto-u.ac.jp/~tamazawa/lecture/astrophysics2.html>

1. Lagrange 微分と Euler 微分は以下の式で関連付けられる。

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$$

これより、式 1 から式 2 を導け。必要であれば連続の式を使ってよい。

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2) = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

2. 式 3 から式 4 を導け。

$$C_p \frac{dT}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}(P\rho^{-\gamma}) = 0 \quad (4)$$

ここで、温度 T 、圧力 P 、密度 ρ 、比熱比 $\gamma = C_p/C_v$ 、定圧比熱 C_p 、定積比熱 C_v 、気体定数 R 、平均分子量 μ である。また、状態方程式は次の通り。

$$P = \frac{\rho RT}{\mu}$$

3. 式 5、6、7 から式 8、9 を導け。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (5)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt}(P\rho^{-\gamma}) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(P + \rho v^2) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\gamma P}{\gamma - 1} v + \frac{1}{2} \rho v^3 \right) = 0 \quad (9)$$