

基礎宇宙物理学 II : 電磁流体力学 レポート 4

この授業に関するページ : <http://www.kwasan.kyoto-u.ac.jp/~tamazawa/lecture/astrophysics2.html>

1. 粘性流体の式

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_k} \delta_{ik} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \nu \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \delta_{ik} \right) \right] \quad (1)$$

は非圧縮かつ、 $\nu = \text{一定}$ のとき

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2)$$

と書けることを示せ。ここで、 δ_{ik} は Kronecker のデルタと呼ばれ、 $i = k$ のとき $\delta_{ik} = 1$ 、 $i \neq k$ のとき $\delta_{ik} = 0$ となる。また、 $\partial v_l / \partial x_l$ のように 2 度現れる添え字は、 x 、 y 、 z について和をとる。したがって、 $\partial v_l / \partial x_l = \nabla \cdot \mathbf{v}$ 、 $\partial^2 v_i / \partial x_k \partial x_k = \nabla^2 v_i$ である。

2. 上記の式 2 を $\rho = \rho_0 \rho'$ 、 $p = p_0 p'$ 、 $\mathbf{v} = v_0 \mathbf{v}'$ 、 $t = t_0 t'$ 、 $x = x_0 x'$ などとして、無次元化すると以下の式になることを示せ。

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt'} = -\frac{1}{\rho'} \nabla' p' + \frac{1}{R_e} \nabla'^2 \mathbf{v}' \quad (3)$$

ただし、 $t_0 = x_0 / v_0$ 、 $p_0 = \rho_0 v_0^2$ 。演算子も変化していることに注意すること。また、

$$R_e = \frac{v_0 x_0}{\nu} \quad (4)$$

はレイノルズ数 (Reynolds number) (無次元量)。Reynolds 数が等しければ、長さや時間スケールが異なっても、流れの構造や性質は同じになる (レイノルズの相似則、Reynolds's law of similarity)。